

Trabajos Colegiados Estatales Virtuales

MATEMÁTICAS APLICADAS

Antonio Ix Chuc Berny Cambranis Alfaro José Ignacio Canché Arcos



PRESENTACIÓN

Querido alumno:

En la familia CECyTEC tenemos un gran compromiso, la enorme tarea de que ustedes, nuestros alumnos, logren sus metas y sus objetivos. Con estos libros de trabajo estamos dándoles las herramientas que les permitan desarrollar sus conocimientos y habilidades para tener un buen desempeño académico.

Dedícate tiempo de manera inteligente para desarrollar tus habilidades y destrezas. Ten muy claras tus metas. Recuerda que solo con educación podemos construir un futuro prometedor, un mejor país, un mejor estado, un mejor municipio y una mejor familia.

Aprende a soñar. Lucha por tus sueños. Te auguro que serás siempre un triunfador.

¡Estás a muy poco de lograr el éxito!

Mtra. Margarita Nelly Duarte Quijano

Directora General del CECyTEC



Libro de Trabajo Febrero - Julio 2022

Matemáticas Aplicadas

Segundo Parcial

Plantel:			
Nombre del Alı	umno:		
Carrera:			
	Semestre:	Grupo:	



Contenido central: Modelación matemática algebraica y geométrica.

- Representación y resolución de sistemas de ecuaciones lineales.
- Reconocimiento y construcción de los lugares geométricos: Recta, circunferencia, elipse, parábola e hipérbola.

Contenido específico:

- Resolución de ecuaciones lineales en contextos diversos: ¿qué caracteriza a la solución?
- ¿Qué tipo de lugares geométricos se precisan para tratar con rectas y cónicas, sus propiedades, puntos singulares, sus relaciones y sus transformaciones?
- ¿Cómo construir la ecuación de la circunferencia? ¿Qué propiedades tienen los puntos sobre una circunferencia?
- Elementos históricos sobre la elipse, la parábola y la hipérbola. Trazado y propiedades. ¿Qué son las cónicas?

Aprendizajes esperados:

• Interpreta y da la solución de un sistema de ecuaciones lineales.



Apertura

Ecuaciones lineales



INTRODUCCIÓN

Una ecuación es una igualdad de dos expresiones en la que aparecen números e incógnitas ligadas mediante operaciones algebraicas; es la condición que deben cumplir ciertos números. Por lo que pueden existir diferentes ecuaciones que expresan una misma condición.

Por ejemplo:

El doble de un número es 6

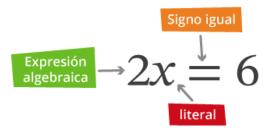
El cuádruplo del número es 12

$$2x = 6$$

$$4x = 12$$

En una ecuación se relacionan dos expresiones algebraicas con un signo de igual, en las cuales hay por lo menos una literal cuyo valor debes encontrar.

Ejemplo:





Actividades de Apertura

Recupere los siguientes conceptos. 1.- Igualdad:

- -2.- Ecuación:
- 3.- ¿Cuál es la diferencia entre una expresión algebraica y una ecuación?

Las ecuaciones lineales o de primer grado son ecuaciones cuyo exponente en todas las variables, es uno.

La forma general de las ecuaciones de primer grado cambia según el número de variables que tenga. Las de una variable son: ax+b=0; las de dos variables, ax + by + c = 0; con tres variables, ax + by + cz + d = 0, y así sucesivamente.

En esta primera parte estudiaremos de la forma ax+b=0 y ax + by + c = 0; diremos que cualquier expresión algebraica que pueda llevarse a esta forma es una ecuación lineal de una a dos variables.

Por ejemplo, se desea comprobar que la ecuación $\frac{5\chi-1}{\chi+4}$ = 2 Es una ecuación lineal. Para ello realizaremos el

siguiente proceso:

- a) x+4, que está dividido en el lado izquierdo, se pasa hacia la derecha multiplicando: 5x-1=2(x+4).
- b) Se efectúa la multiplicación indicada en el lado derecho: 5x-1=2x+8.
- c) Se mueven los términos de la derecha hacia la izquierda: 5x-1-2x-8=0.
- d) Se obtiene 3x-9=0, que corresponde a la forma de una ecuación lineal, con a=3 y b=-9.

La solución de una ecuación lineal, expresada en su forma general, se efectúa mediante el despeje de la variable x, dando lugar a la solución: x=-b/a. En el ejemplo anterior, x=-(-9)/(3).



Para aprender más

https://es.khanacademy.org/math/algebra-i-pe-pre-u/xcf551cef49d842ce:ecuaciones-lineales



Ejemplo:

Un número y su quinta parte suman 18. ¿Cuál es el número?

Solución

Su quinta parte es x/5 (transformación al

lenguaje algebraico). x+ x/5= 18

Resolvemos la ecuación: $5x + x = 90 \Rightarrow 6x = 90 \Rightarrow 6x = 90/6$. Entonces x=15.

Ejemplo.

Janet compró una blusa que tenía marcado un descuento del 25% sobre su precio de venta normal. Si pagó con un billete de 500 pesos y le devolvieron de cambio 215 pesos, ¿cuál será el precio normal de la blusa?¿Cuánto ahorró Janet al comprar esta blusa?

Solución:

Si Janet pagó con un billete de 500 pesos y le devolvieron 215, la blusa le costó 500-215=285 pesos. Como buscamos el precio de la blusa, a éste le llamamos x, pues no lo conocemos. entonces:

precio de descuento=precio normal-descuento del 25% sobre el precio normal.

$$285 = x - \frac{25}{100}x = x - \frac{1}{4}x = \frac{4x-x}{4}$$

$$285 = \frac{3x}{4} \Rightarrow 4(285) = 3x \Rightarrow 1140 = 3x \Rightarrow \frac{1140}{3} = x$$
, de donde $x = 380$

El descuento está dado por: x = 100 x = 10

ahorró 95 pesos.

Ejemplo.

En una tienda departamental ponen en oferta camisas y pantalones que están fuera de temporada. El primer día se vendieron cinco pantalones y siete camisas, para totalizar \$1 060, el segundo día de ventas se invirtieron las cantidades y se ganaron \$1 100. ¿Cuál fue el precio de un pantalón y de una camisa?

Solución:

Se plantea con dos variables los precios de los artículos:

x: precio de un

pantalón. y: precio

de una camisa.

Con los datos del problema se plantean las ecuaciones simultáneas:

Se multiplica el número de objetos por el precio de cada uno de ellos y la suma será la cantidad de las ventas.

$$5x + 7y = 1060$$

 $7x + 5y = 1100$

Esta ecuación se resuelve por cualquiera de los métodos anteriores, en este caso por el de reducción:

$$-35x - 49y = -7420$$

$$35x + 25y = 5500$$

$$-24y = -1920$$

$$y = \frac{-1920}{-24} = 80$$

Se sustituye y = 80 en cualquiera de las ecuaciones originales y se obtiene x,

$$5x + 7y = 1\ 060$$

$$5x + 7(80) = 1\ 060$$

$$5x + 560 = 1\ 060$$

$$x = \frac{1\ 060 - 560}{5} = 100$$

Precio del pantalón es de : \$100 y la camisa: \$80

Actividades de aprendizaje



1.-¿Son equivalentes las siguientes

ecuaciones?a)
$$2x = 8 y 3x - 2 = 10$$

b)
$$2x = 8 y 4x-6=16$$

Resolver las siguiente ecuación:

2.-
$$9 - 2(x + 4) - 10(25 - x + 4) = 5 - 3x - 4(x + 1)$$

- 3.- La suma de dos números es 106 y el mayor excede al menor en ocho. Encuentra los números.
- 4.- El mismo granjero al comprar los borregos y las gallinas pagó un total de \$6 450. Después y al mismo precio, adquirió 10 borregos y 14 gallinas, por los cuales pagó \$3 420, ¿cuál es el costo de cada borrego y cada gallina?



Cierre

I Resolver las ecuaciones siguientes:

a)
$$3x + 5 = 5x - 13$$

b)
$$5(7 - x) = 31 - x$$

c)
$$4(2 - 3x) = -2x - 27$$

d)
$$6x - 8 = 4(-2x + 5)$$

e) $3(2x - 2) = 2(3x + 9)$

f)
$$3(4x + 7) = 4x - 25$$

$$g) 7x + 15' = 3(3x - 7)$$

Il Una alberca se llena con dos tuberías. Si con la primera se llena en 4 horas y con la segunda en 6 horas, ¿en qué tiempo se llena la alberca vacía si se abren las dos tuberías?

III Si se compran 3 camisas y 2 pantalones en una tienda, se pagarán 1210 pesos. Si se compran 5 camisas y un pantalón, el pago será de 1130 pesos. ¿Cuánto cuesta una camisa y cuál es el precio de un pantalón?

IV Un vendedor de libros de ciencias vendió tres de geometría analítica y 5 de álgebra lineal en \$870. Al día siguiente, vendió 2 de geometría analítica y 3 de álgebra lineal en \$540, ¿cuál es el precio de cada libro?



Contenido central: Modelación matemática algebraica y geométrica.

- Representación y resolución de sistemas de ecuaciones lineales.
- Reconocimiento y construcción de los lugares geométricos: Recta, circunferencia, elipse, parábola e hipérbola.

Contenido específico:

- Resolución de ecuaciones lineales en contextos diversos: ¿qué caracteriza a la solución?
- ¿Qué tipo de lugares geométricos se precisan para tratar con rectas y cónicas, sus propiedades, puntos singulares, sus relaciones y sus transformaciones?
 ¿Cómo construir la ecuación de la circunferencia?
 ¿Qué propiedades tienen los puntos sobre una circunferencia?
 Elementos históricos sobre la elipse, la parábola y la hipérbola. Trazado y propiedades.
 ¿Qué son las cónicas?

Aprendizajes esperados:

Interpreta y da la solución de un sistema de ecuaciones cuadráticas.



Ecuaciones cuadráticas.



INTRODUCCIÓN

Es una ecuación que tiene la forma de una suma algebraica de términos cuyo grado máximo es dos, es decir, una ecuación cuadrática puede ser representada por un polinomio de segundo grado o polinomio cuadrático. La expresión canónica general de una ecuación cuadrática de una variable es

$$ax^{2} + bx + c = 0$$

¿Cómo aplicar las ecuaciones cuadráticas en la vida diaria? Las ecuaciones cuadráticas a veces se usan para modelar situaciones o relaciones en los negocios, en la ciencia y en la medicina. Un uso común en los negocios es maximizar las ganancias, es decir, la diferencia entre los ingresos (dinero que entra) y los costos de producción (dinero gastado).

La relación entre el costo de un artículo y la cantidad vendida es normalmente lineal. En otras palabras, por cada \$1 de incremento en el precio hay un decremento correspondiente en la cantidad vendida. (Piénsalo: si el precio de algo sube, ¿compras más o menos? ¡Esperemos que menos!) Una vez que determinamos la relación entre el precio de venta de un artículo y la cantidad vendida, podemos pensar en cómo generar la máxima ganancia. ¿A qué precio de venta haríamos más dinero?

La cantidad de ganancia se encontrará tomando el total de ingresos (la cantidad vendida multiplicada por el precio de venta) y restando el costo de producir todos los artículos: Ganancia = Ingreso Total – Costos de Producción. Podemos integrar la relación lineal del precio de venta a la cantidad y la fórmula de la Ganancia y crear una ecuación cuadrática, que entonces podemos maximizar.



Actividades de Apertura

Ejemplo.

Resuelve la ecuación

$$3(x-6) = \frac{14+x}{x}$$

Solución: simplificamos la ecuación mediante procedimientos algebraicos:

3x-18=

$$\frac{-14+x}{x} \Rightarrow x(3x - 18) = 14 + x \Rightarrow 3x^2 - 18x = 14 + x \Rightarrow 3x^2 - 18x - x - 14 = 0 \Rightarrow 3x^2 - 19x - 14 = 0$$

Paso 1. Los coeficientes de la ecuación son:

a=3, b=-19 y c=-14 Paso 2. Aplicar la fórmula

$$\underbrace{\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{\text{general.}}}_{2a}$$

Sustituir los valores: a=3, b=-19 y c=-14

$$x_{1, 2} = \frac{-(-19) \pm \sqrt{(-19)^2 - 4 \cdot 3(-14)}}{2 \cdot 3}$$

$$x = \frac{-(-19) + 23}{2 \cdot 3}$$
: 7

$$x = \frac{-(-19) - 23}{2 \cdot 3}$$
: $-\frac{2}{3}$



Para aprender más

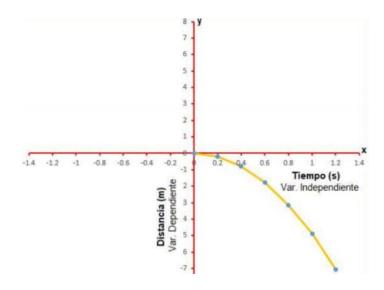
https://es.khanacademy.org/math/eb-1-semestre-bachillerato-nme/x223b7fb977f8199d:ecuaciones-cuadraticas

Un equipo de estudiantes realizó un experimento de caída libre. Se soltó un objeto y se reportó el siguiente movimiento en una tabla de funciones.

Tiempo (s) x	Distancia (m) y	
0	0	
0.2	- 0.19 6	
0.4	- 0.78 4	
0.6	-1.77	
0.8	-3.14	
1	-4.90	
1.2	-7.06	

Aplicamos la formula de caida
$$gt^2$$
; $-9.8x^2$ libre es: **d=** $f(x)$

En la gráfica se muestra la variación de la distancia con respecto al tiempo.



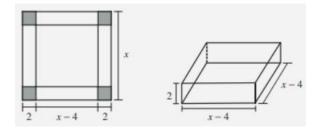
Actividades de aprendizaje



- 1.- La suma de dos números es 18 y la de sus cuadrados es 180, ¿cuáles son los números?
- 2.- En t segundos la altura h, en metros sobre el nivel del suelo, de un proyectil está dada por la ecuación $h=80t-5t^2$, ¿cuánto tardará el proyectil en llegar a 320 m sobre el nivel del suelo?



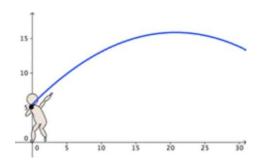
- 1.- A partir de una pieza cuadrada de hoja de lata, se desea construir una caja con base cuadrada y sin tapa, quitando cuadrados en las esquinas de 2 cm por lado y doblando hacia arriba los lados; si la caja debe tener 98 cm³
- , ¿cuáles son las dimensiones de la pieza de hoja de lata que deberá usarse?



2.- Determina las dimensiones de un rectángulo, si su perímetro es de 280 m y su área es de $4\,000\,\mathrm{m}^2$.

2(base) + 2(altura) = perímetro

3.- Un lanzador de peso puede ser modelado usando la ecuación **y=- 0.0241x²+x+5.5**, donde x es la distancia recorrida (ft) y y es la altura (ft). ¿Qué tan lejos llegó el tiro?





Contenido central: Modelación matemática algebraica y geométrica.

- Representación y resolución de sistemas de ecuaciones lineales.
- Reconocimiento y construcción de los lugares geométricos: Recta, circunferencia, elipse, parábola e hipérbola.

Contenido específico:

- Resolución de ecuaciones lineales en contextos diversos: ¿qué caracteriza a la solución?
- ¿Qué tipo de lugares geométricos se precisan para tratar con rectas y cónicas, sus propiedades, puntos singulares, sus relaciones y sus transformaciones?
 ¿Cómo construir la ecuación de la circunferencia?
 ¿Qué propiedades tienen los puntos sobre una circunferencia?
 Elementos históricos sobre la elipse, la parábola y la hipérbola. Trazado y propiedades.
 ¿Qué son las cónicas?

Aprendizajes esperados:

Interpreta visual y numéricamente al Teorema de Tales en diversos contextos y situaciones cotidianas



Teorema de Tales

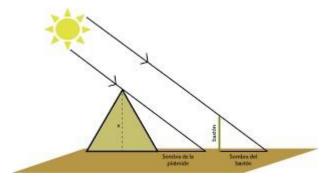


INTRODUCCIÓN

Hace 2500 años, Tales de Mileto pudo calcular la altura de la pirámide egipcia de Keops sin medirla directamente.

¿Cómo lo logró?

Midió la altura de un bastón y su sombra; luego midió la sombra de la pirámide. Al final planteó la proporción que le permitió calcular la altura, que era inaccesible.





Actividades de Apertura

Actividad diagnóstica.

Completa las siguientes igualdades.

$$\frac{3}{2} = \frac{9}{x}$$
 $\frac{6}{7} = \frac{12}{x}$

El teorema de Tales de Mileto establece que:

Si tres o más paralelas son cortadas por dos o más secantes, la razón de las longitudes de los segmentos determinados en una de las paralelas es igual a la razón de las longitudes de los segmentos correspondientes determinados por las otras paralelas.

Si en un triángulo se traza una línea paralela a cualquiera de sus lados se obtienen dos triángulos semejantes.

Dos triángulos son semejantes si tienen los ángulos correspondientes iguales y sus lados son proporcionales entre sí.

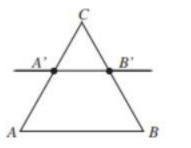


Para aprender más

https://es.khanacademy.org/math/geometria-pe-pre-u/x4fe83c80dc7ebb02:semejanza-detriangulos



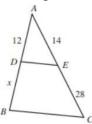
Cuando en un triángulo se traza una recta paralela a uno de los lados, el triángulo que se forma es semejante al primero.



Si
$$\overline{A'B'} \parallel \overline{AB}$$
, entonces
 $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$

Ejemplo.

En el siguiente triángulo determina el valor de x, si DE II BC



Solución

Por semejanza de triángulos, la proporcionalidad se establece como:

$$\frac{12}{x+12} = \frac{14}{42}$$

Se realiza un producto cruzado y se resuelve la ecuación

para x:
$$(12)(42)=(14)(x+12) \rightarrow 504 = 14x + 168 \rightarrow 504 -$$

$$168 = 14x$$
 →Por tanto $x = 24$

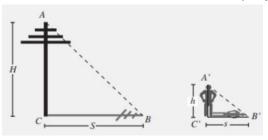
Actividades de aprendizaje



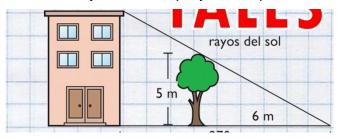
- 1.- Un profesor de matemáticas envió a sus alumnos, como práctica de campo, a medir la altura de la pirámide en las ruinas cercanas a su localidad. Los estudiantes colocaron una estaca de 3 metros de altura y midieron la sombra que proyectaban la estaca y la pirámide, que resultaron ser de 4 m y 40 m respectivamente. ¿Cuál es la altura de la pirámide en metros?
- 2.- Calcula la altura de un edificio, que proyecta una sombra de 6.5 m a la misma hora que un poste de 4.5 m de altura da una sombra de 0.90 m.
- 3.- Un pino de 2.4 m de altura arroja una sombra de 2 m, y en el mismo instante, un manzano arroja una sombra de 6.4 m. ¿Cuál es la altura del manzano?



1.-¿Qué altura tiene un poste que proyecta una sombra de 16 m, al mismo tiempo que un observador de 1.80 m de estatura proyecta una sombra de 1.20 m?



2.- Encontrar la altura del edificio, que proyecta una sombra de 270 m, conociendo la altura del árbol y la sombra proyectada por el sol.





Contenido central: Modelación matemática algebraica y geométrica.

- Representación y resolución de sistemas de ecuaciones lineales.
- Reconocimiento y construcción de los lugares geométricos: Recta, circunferencia, elipse, parábola e hipérbola.

Contenido específico:

- Resolución de ecuaciones lineales en contextos diversos: ¿qué caracteriza a la solución?
- ¿Qué tipo de lugares geométricos se precisan para tratar con rectas y cónicas, sus propiedades, puntos singulares, sus relaciones y sus transformaciones?
- ¿Cómo construir la ecuación de la circunferencia? ¿Qué propiedades tienen los puntos sobre una circunferencia?
- Elementos históricos sobre la elipse, la parábola y la hipérbola. Trazado y propiedades. ¿Qué son las cónicas?

Aprendizajes esperados:

Resolución de formas de la ecuación de la recta y sus transformaciones.



La recta.

Pendiente y ángulo de inclinación.



INTRODUCCIÓN

La recta ubicada en el plano cartesiano en cualquiera de los cuatro cuadrantes, representan diferentes comportamientos, según el ángulo relacionado con la recta y el eje de las abscisas que forman su desplazamiento en sentido contrario a las manecillas del reloj.

Tomando como consideración la ubicación y forma de una recta, éstas se representan en cuatro formas, positiva, negativa, nula o infinita, con respecto a la tangente que representa a la recta y su ángulo de inclinación formado por la recta y eje de las abscisas.



- ¿Cómo podemos determinar los puntos en una recta?
- ¿Para qué nos sirve localizarlos?
- ¿Al trazar la recta de ecuaciones
- y = x 1 y y = -x + 1, tiene el mismo sentido?
- ¿Qué determina que una función sea creciente o decreciente?

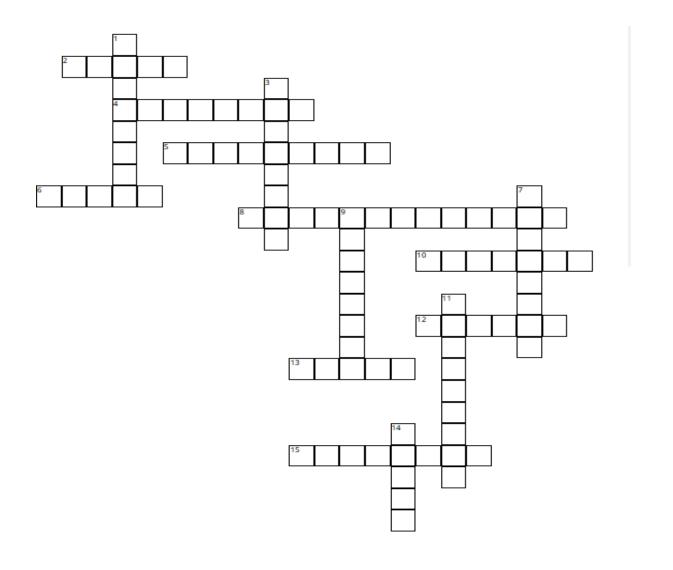
Es de suma importancia mencionar que, para determinar la pendiente de una recta, se deben localizar dos puntos, cualesquiera de la recta y aplicar la fórmula correspondiente o por medio de la tangente del ángulo que la forma, así como también se localiza la pendiente de una recta, si se cuenta o se determina de manera analítica, la ecuación general de la recta. En la vida cotidiana, cuando un corredor se mueve en línea recta, la pendiente es la velocidad y es de suma importancia para movimientos constantes, debido a que la interpretamos en señales de tránsito en las carreteras, para disminuir o aumentar la velocidad; otra aplicación importante, es en las construcciones e ingeniería, para determinar la caída de líquidos de manera adecuada, sin que se queden estancados por no contar con una pendiente adecuada.



Actividades de Apertura

Para lograr el desarrollo de la recta es necesario el repaso y la comprensión de temas relacionados con álgebra, como son: expresiones algebraicas, término algebraico, grado de un término, término semejantes; de conceptos de Geometría y Trigonometría, como son: punto, línea, recta, segmento, plano, ángulo, tangente, localización de puntos en el plano cartesiano, gráficas y tabla de funciones, para determinar el crecimiento o decrecimiento.

Resuelve el siguiente crucigrama.



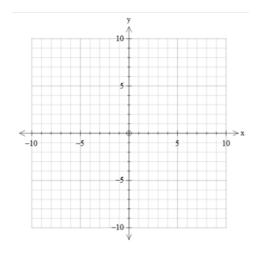
Horizontales

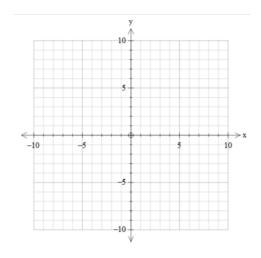
- Superficie donde se puede trazar puntos y rectas.
 Tiene dos dimensiones (longitud y anchura).
- Describen relaciones entre dos variables. La variable que se representa en el eje horizontal se llama variable independiente o variable x
- Es la inclinación de la recta con respecto al eje de abscisas.
- Sucesión continua de puntos, pero esta no necesariamente cambian de dirección.
- El significado del término hace referencia a la posición relativa de dos líneas rectas cuando forman un ángulo de noventa grados, un ángulo recto.
- Una función es una regla de correspondencia entre dos conjuntos de tal manera que a cada elemento del primer conjunto le corresponde uno y sólo un elemento del segundo conjunto.
- Parte del plano comprendida entre dos semirectas con el mismo origen.
- Carece de dimensión y sirve para indicar una posición.
- Determinar sus dos extremos A y B y calcular el módulo del vector AB (o la distancia entre dos puntos)

Verticales

- Relación trigonométrica entre el lado adyacente y el lado opuesto de un triángulo rectángulo que contiene ese ángulo.
- Unidad de medida de ángulos del Sistema Internacional, de símbolo rad, que equivale a un ángulo plano que teniendo su vértice en el centro de una circunferencia, le corresponde un arco de longitud igu
- es la representación de un valor mediante un símbolo. En principio ese valor puede ser cualquier número.
- Una ecuación es una declaración de que dos números o expresiones matemáticas son iguales.
- Cantidad desconocida que usualmente designamos con la letra x, y de cuya búsqueda, trata originariamente el Algebra.
- Sucesión ininterrumpida de puntos con una misma dirección

Recuperación de conocimientos. Gráfica las funciones y = x - 1 y y = -x + 1, representa la tabla y su gráfica, en los planos.







Para aprender más

Si tienes conectividad a internet, podrás visualizar los siguientes vídeos para ampliar el conocimiento con ejemplos:

https://es.khanacademy.org/math/eb-3-semestre-bachillerato-nme/x4b655b3cb9bfe4eb:ecuacion-de-la-recta



Determinación de la ecuación de la recta. Línea recta. Se define como la distancia más corta entre dos puntos. Analíticamente, es una ecuación de primer grado con dos variables que, gráficamente, se define como el lugar

 (X_2, Y^2) del lugar, el valor de la pendiente m, es siempre constante.

Forma Punto-Pendiente (Forma común o simplificada)

Entonces como en el ejemplo particular la pendiente es la razón entre el desplazamiento vertical respecto al desplazamiento horizontal, sólo que ahora la pendiente se representará con la letra m, así:

La pendiente de la recta PP 1 es:

Se define la **pendiente** (m) del segmento de recta que une a dos puntos $A(x_1,y_1)$ y $B(x_2,y_2)$ como la razón de cambio que existe entre un desplazamiento vertical con respecto a un desplazamiento horizontal,

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

Se define el ángulo de inclinación α como

$$\alpha = tan^{-1} \left(\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \right)$$

La recta que pasa por el punto P = (X - 1), cuya pendiente es m, satisface la ecuación:



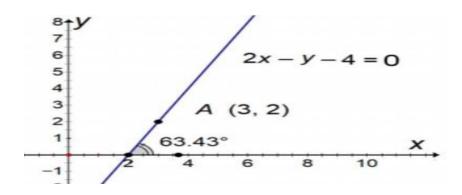
$$(y-y_1)=m(x-x_1)$$

Ejemplo 1: Encuentra la ecuación de la recta que pasa por el punto A(3, 2) y la pendiente m = 2.

$$(y-y_1)=m\ (x-x_1)$$
 $m=\tan\theta$; Entonces: $\theta=arc\tan m$
 $(y-2)=2\ (x-3)$ $\theta=arc\tan 2$
 $(y-2)=2(x-6)$ $\theta=63.4319$ Resultado analítico aplicar calculadora
 $y=2x-6+2$ $\theta=63^\circ\ 26'\ 05''$
 $y=2x-4$

El valor - 4 es la ordenada en origen

$$2x - y - 4 = 0$$



Forma dada dos puntos (Forma Cartesiana)

Por geometría: La recta queda perfectamente determinada por dos, cualesquiera, de sus puntos; analíticamente, la ecuación de una recta, también queda perfectamente determinada, cuando se conocen las coordenadas de dos

$$(X_2, Y)$$



$$(y-y_1) = \frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}(x-x_1)$$

A(5, 2)

A esta forma de la ecuación de la recta, también se le denomina cartesiana.

Ejemplo 1: Encuentra la ecuación de la recta que pasa por los puntos A (-3, -1) y B (5,2).

$$(y - y_1) = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} (x - x_1)$$
$$(y + 1) = \frac{-1 - 2}{-3 - 5} (x + 3)$$

$$(y+1) = \frac{-3}{-8} (x+3)$$

$$-8(y+1) = -3(x+3)$$

$$-8y - 8 = -3x - 9$$

$$-8y + 3x - 8 + 9 = 0$$

3x - 8y + 1 = 0 Ecuación de la recta

$$y = \frac{3}{8}x + \frac{1}{8}$$
 Ecuación de la recta ordinaria

Cuya pendiente es: $m = \frac{3}{8}$ y ordenada en el origen $b = \frac{1}{8}$

Forma pendiente-Ordenada al origen

$$(y - y_1) = m (x - x_1)$$

$$(y - b) = m (x - 0)$$

$$(y - b) = m x$$

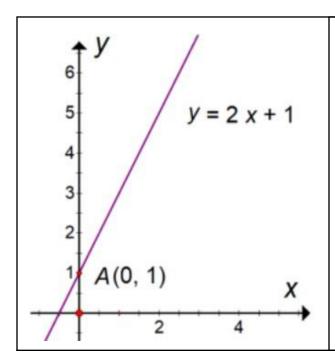
$$y = m x + b$$

B(-3, -1)

Al aplicar la ecuación Punto-Pendiente para una recta L, cuya pendiente es m y pasa por el punto B(0, b), se tiene:

La coordenada y la intersección con el eje y es b, en otras palabras, la recta se intersecta con el eje y en el punto (0,b).

Por ejemplo, la recta y = 2x + 1 tiene pendiente 2 y se intersecta con el eje y en A(0,1).



El hecho es, que esta representación de la pendiente y la ordenada al origen (es decir, la intersección de la recta con el *eje y*), es la razón por la cual se llama forma Pendiente Ordenada al origen.

La ecuación de la recta, cuya pendiente es m, tiene su ordenada en el origen en b, es:

$$y = m x + b$$

Ejemplo 1: Encuentra la ecuación de la recta que tiene una pendiente igual a -2/7, cuya intersección con el $eje\ y$

$$y = m x + b$$

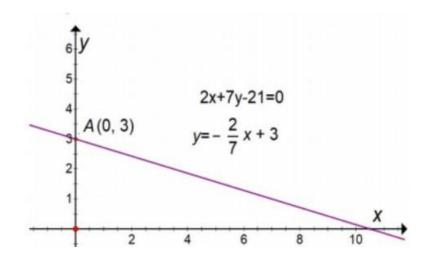
$$y = \frac{-2}{7}x + 3$$

$$y = \frac{-2x + 21}{7}$$

$$7y = -2x + 21$$

$$2x + 7y - 21 = 0$$

es 3.



Forma simétrica (Canónica)

Sea una L una recta que intersecta a los ejes coordenados x, y en los puntos A(a, 0) y B(0, b), respectivamente. La ecuación de la recta que intersecta los ejes coordenados x e y en los puntos (a, 0)y (0, b), respectivamente, es:



$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

A esta forma de ecuación de la recta, también se le denomina reducida o abscisa ordenada al origen

Ejemplo 1: Las intersecciones que una recta determina sobre los $ejes\ x\ e\ y$ son $A(4,0)\ y\ B(0,-7)$, respectivamente, determina su ecuación

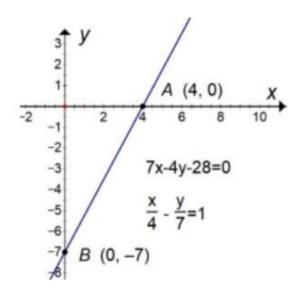
$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

$$\frac{x}{4} - \frac{y}{7} = 1$$

$$\frac{7x - 4y}{28} = 1$$

$$7x - 4y = 28$$

$$7x - 4y - 28 = 0$$



Ecuación general de la recta

La ecuación lineal en dos variables x e y, de la forma:



$$Ax + By + C = 0$$

Se denomina forma general de la ecuación de la recta; donde los coeficientes A, B y C, son números reales, con la condición de que A o B, deben ser diferentes de cero, y C puede o no, ser igual a cero. La ecuación lineal en dos variables x e y, denotada por $Ax + By + C = \mathbf{0}$, representa una recta y viceversa. Términos relacionados con la ecuación general de la recta:

$$m=-\frac{A}{B}$$

$$x = -\frac{c}{4}$$

$$y = -\frac{c}{R}$$

Pendiente de la recta

Abscisa en el origen

Ordenada en el origen

Ejemplo 1.- Calcula la pendiente de la recta 3x - y + 6 = 0 y sus puntos que

cruzan en el eje x e y. Con los datos de la fórmula general, se conoce que A =

3, B = -1 y C = 6, sustituyendo:

$$m=-\frac{3}{-1}$$

$$x=-\frac{6}{3}$$

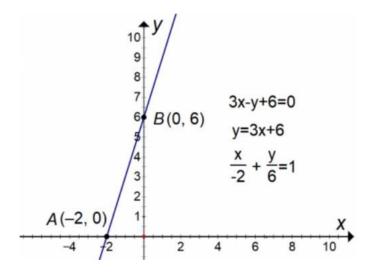
$$y=-\frac{6}{-1}$$

$$m = 3$$

$$x = -2$$

$$y = 6$$

La pendiente es positiva m = 3 y los puntos donde cruza la recta son A(-2,0) y B(0,6).



Con la ecuación general de la recta, se determina la ecuación pendiente-ordenada al origen con un simple despeje:

$$3x - y + 6 = 0$$

$$3x + 6 = y$$

$$y = 3x + 6$$

de la forma:
$$y = m x + b$$

donde:
$$m = 3 y B(0,6)$$

Actividades de aprendizaje



- 1.- Encuentra la ecuación de la recta que pasa por el punto A (2 , -4) cuya pendiente es igual a -1/3. 2.- Encuentra la ecuación de la recta que pasa por los puntos A (7,1) y B (3,8)
- 3.- Encuentra la ecuación de la recta que tiene una pendiente igual a 2, cuya intersección con el $eje\ y$ es -5/2. 4.- Los segmentos de una recta sobre los $ejes\ x\ e\ y$ son $A(-6,0)\ y\ B(0,-2)$. Determina su ecuación
- 5.- Determina la ecuación de la recta que pasa por el punto dado y tiene la pendiente que se indica:
- a) A(5,9) y m=3
- b) A(3,5) y m = 1/2
- c) A(0,2) y m = 3/4
- 6- Determina la ecuación de la recta que pasa por los puntos dados:
- a) A (2,4) y B (-7,5)
- b) M(-1,3) y N(2,6)
- c) R (0,2) y S (7,3)

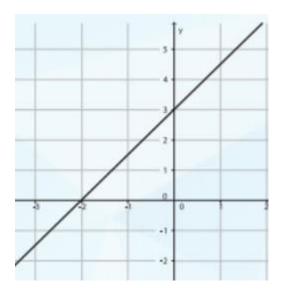


Como ya hemos visto antes, las ecuaciones de dos variables representan lugares geométricos en el plano. Se inicia nuestro estudio de lugares geométricos de ecuaciones de rectas y sus transformaciones de lo más sencillo a lo complejo.

Ahora pondremos en práctica lo visto en la ecuación de la recta y sus transformaciones, elementos, diferentes formas de su ecuación y su graficación.

Realiza los siguientes procesos de la siguiente actividad puedes verificar tus resultados con apoyo del software Symbolab o Geogebra.

- 1.- Encontrar la ecuación de la recta cuya pendiente es 3, que pasa por el punto A(1, -2). Represéntala en su forma pendiente-ordenada al origen y en su forma general.
- 2.- Con base a la siguiente gráfica determina los puntos de intersección de la recta con los ejes en el plano cartesiano, apoyate con symbolab o geogebra y determina la ecuación de la recta.



- 3.- ¿Cuál es la expresión equivalente que se obtiene al despejar y de la ecuación 6x 2y + 3 = 0?
- 4.- Edgar planea subir al punto del Himalaya (5610 msnm). Para ello trazó una recta en un plano cartesiano ubicando su eje x al nivel del mar y su punto de partida en el Distrito Pekal (2240 msnm). Se sabe que la distancia horizontal entre el Distrito Pekal y la montaña Himalaya es de 268 km.
- ¿Qué ángulo de inclinación debe de considerar Edgar para subir a la punta de la montaña?
- 5.- La trayectoria de la carrera de mototaxis en la ciudad de Hopelchén, se traza a partir de un plano cartesiano. En determinado tramo, cuya inclinación es de 57°, las mototaxis deben de pasar por el punto A(-2,-4) y por el punto B, del cual solo se sabe que la abscisa es 5, ¿cuál será el valor de su ordenada?



Contenido central: Modelación matemática algebraica y geométrica.

- Representación y resolución de sistemas de ecuaciones lineales.
- Reconocimiento y construcción de los lugares geométricos: Recta, circunferencia, elipse, parábola e hipérbola.

Contenido específico:

- Resolución de ecuaciones lineales en contextos diversos: ¿qué caracteriza a la solución?
- ¿Qué tipo de lugares geométricos se precisan para tratar con rectas y cónicas, sus propiedades, puntos singulares, sus relaciones y sus transformaciones? ¿Cómo construir la ecuación de la circunferencia? ¿Qué propiedades tienen los puntos sobre una circunferencia? Elementos históricos sobre la elipse, la parábola y la hipérbola. Trazado y propiedades. ¿Qué son las cónicas?

Aprendizajes esperados:

Analiza los elementos y la estructura de la ecuación general de segundo grado para las cónicas de la circunferencia.



Circunferencia.

Elementos de una circunferencia. Lugar geométrico de la circunferencia.



INTRODUCCIÓN

Hemos estudiado los sistemas de coordenadas y la recta como lugar geométrico presentándose en sus diferentes tipos de ecuaciones, continuaremos el estudio de los lugares geométricos, en particular con líneas curvas.

La circunferencia, es uno de los elementos de la geometría más importantes, que están normalmente en la vida, aunque no lo parezca, y desde los tiempos antiguos que es usada. En la prehistoria, por ejemplo, con la invención de la rueda se dio inicio a toda la tecnología de hoy en día, todo gracias a este invento, la rueda, aunque sea indirectamente. En este caso, tenemos aplicaciones de la circunferencia. Está en todas partes. ¿Qué objetos de la vida cotidiana tienen esta forma?



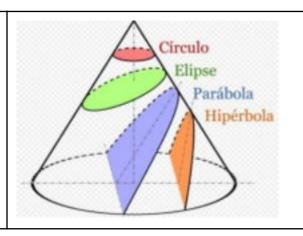
Colegio de Estudios Científicos y Tecnológicos del Estado de Campeche



Actividades de Apertura

¿Qué son las cónicas? Se llaman curvas cónicas a todas aquellas que se obtienen cortando un cono con un plano que no pasa por su vértice. Debido a su origen las curvas cónicas se llaman a veces secciones cónicas.





Además de la línea recta, la gráfica más conocida y empleada para modelar situaciones cotidianas es la circunferencia cuyo concepto analizaremos a continuación.

Cuando nuestras actividades resultan monótonas, afirmamos que todo gira en forma circular, es decir, a una misma distancia y de manera repetitiva.

¿Alguna vez has escuchado la frase "se salió por la tangente" Estas y otras frases quedarán claras al final de la secuencia didáctica.

Actividad diagnostica

Resuelve en tu cuaderno de trabajo y puedes apoyarte con Symbolab, Geogebra o WolframAlpha, para comprobar tus resultados.

1)
$$5x + 3y - 4xy - 7x + 9y$$

+ $2xy = 2$) $3x^2 + 5x - 6x^2$
- $9x + 3x^3 - 6x^3 =$
3) $2(x + 6) - 5(x + 2) + 3x + 4 =$

Desarrolla los siguientes binomios al

cuadrado. 1)
$$(x + 4)^2 =$$

2) $(2x + 5)^2 =$
3) $(-7x - 3y)^2 =$

Factoriza los siguientes trinomios:

1)
$$x^2 + 6x + 9 =$$

2) $x^2 - 14x + 49 =$

Ecuación ordinaria de la circunferencia

Como podrás haber observado en la actividad anterior, la circunferencia se forma por una infinidad de puntos que tienen la propiedad de tener la misma distancia con respecto al centro. Si ubicamos el centro de una circunferencia, en el origen de un plano de coordenadas, tendrías una herramienta sencilla para obtener su ecuación.



Nota que la distancia entre cualquier punto y el centro es igual al radio. En la unidad I aprendiste a calcular la distancia entre dos puntos cualesquiera:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Si sustituimos las coordenadas del punto ${\cal P}$ y del Centro, se tiene:

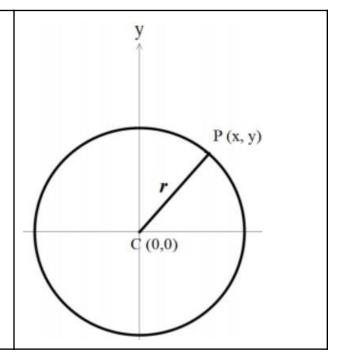
$$P(x,y) \quad C(0,0)$$

$$\sqrt{(x-0)^2 + (y-0_1)^2} = r$$

$$\sqrt{x^2 + y^2} = r$$

Elevando al cuadrado ambos miembros para eliminar la raíz:

$$x^2 + y^2 = r^2$$



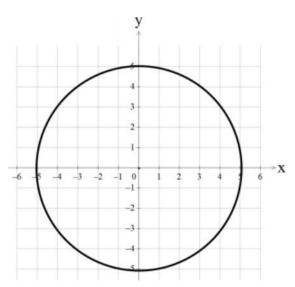
La ecuación $x^2 + y^2 = r^2$ representa una circunferencia con centro en el origen. Se le conoce como ecuación ordinaria de la circunferencia. Pero, ¿qué significado tiene esa relación entre los tres términos de la ecuación?

Lo explicamos de la siguiente manera:

Observa esta circunferencia de radio igual a 5. Si sustituimos este valor en la ecuación, tendremos la ecuación de esta circunferencia en particular:

Si
$$r = 5$$
, entonces la ecuación es: $x^2 + y^2 = (5)^2$, es decir:

$$x^2 + y^2 = 25$$



Nota que se pueden determinar, a simple vista, algunos puntos, cuyas coordenadas son números enteros, por ejemplo: A(5, 0), B(0, 5), D(-5, 0) y E(0 - 5)

Éstos son sencillos de localizar, porque están en la intersección de los ejes con la circunferencia. ¿Cómo sabemos

con certeza que pertenecen a la circunferencia? Recuerda el significado que guarda la ecuación. En este caso, como

 $x^2 + y^2 = 25$, significa que todos los puntos deben cumplir esta condición.

Veamos: El punto A(5,0) pertenece a la circunferencia, si se cumple que la suma de los cuadrado de sus coordenadas son iguales a 25.

$$A (5,0)$$

$$x^{2} + y^{2} = 25$$

$$(5)^{2} + (0)^{2} = 25$$

$$25 + (0)^{2} = 25$$

$$B (0,5)$$

$$x^{2} + y^{2} = 25$$

$$(0)^{2} + (5)^{2} = 25$$

$$0 + 25 = 25$$

$$D (-5,0)$$

$$x^{2} + y^{2} = 25$$

$$(-5)^{2} + (0)^{2} = 25$$

$$25 + (0)^{2} = 25$$

$$E(0,-5)$$

$$x^{2} + y^{2} = 25$$

$$(0)^{2} + (-5)^{2} = 25$$

$$0 + 25 = 25$$



Para aprender más

Si tienes conectividad a internet, podrás visualizar los siguientes vídeos para ampliar el conocimiento con ejemplos:

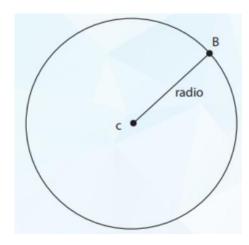
https://es.khanacademy.org/math/geometry/xff63fac4:hs-geo-conic-sections/hs-geo-circle-standard-equation/v/ra dius-and-center-for-a-circle-equation-in-standard-form

https://es.khanacademy.org/math/geometry/xff63fac4:hs-geo-conic-sections/hs-geo-circle-standard-equation/v/wr iting-standard-equation-of-circle

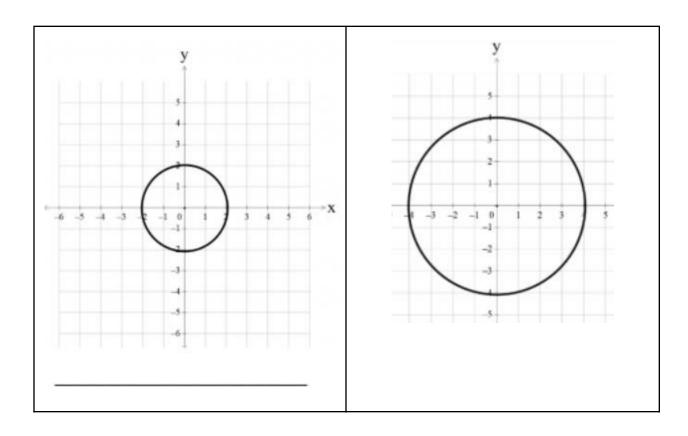


Es común ver en nuestro contexto real imágenes referentes a la circunferencia, por mencionar algunas: la rueda de la fortuna, en la ruleta, en un tiro al blanco, en las canchas de basquetbol, fútbol, entre otros.

La Circunferencia es el lugar geométrico o el conjunto de puntos tales que, la distancia a un punto fijo es constante, a este punto fijo se le conoce como el centro (C) y al segmento que une al centro con cualquier punto se le llama radio (r).



Determina, por simple inspección, la ecuación de las siguientes circunferencias:



Deduce cuánto mide el radio de las circunferencias cuyas ecuaciones son:

a)
$$x^2 + y^2 = 4$$
; $r =$ _____

b)
$$x^2 + y^2 = 25$$
; $r =$ ____

c)
$$x^2 + y^2 \sqrt{9}$$
; $r =$ _____

En cada uno de los siguientes casos, se da el radio de una circunferencia de centro en el origen. Deduce qué ecuación tiene cada circunferencia:

a)
$$r = 3$$
 ; Ecuación: _____

f)
$$r = \sqrt{10}$$
 ; Ecuación:

Análisis de la ecuación ordinaria de la circunferencia y la general.

Si ubicamos el centro de una circunferencia, fuera del origen de un plano de coordenadas, digamos en un punto de coordenadas C(h, k); podemos determinar la ecuación de cualquier circunferencia en cualquier posición del plano. El procedimiento es prácticamente igual al que estudiaste en la sección de apertura.

Recuerda que la distancia entre cualquier punto y el centro es igual al radio. Aplicamos nuevamente la fórmula de la distancia entre dos puntos cualesquiera:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Si sustituimos las coordenadas del punto ${\cal P}$ y del Centro, se tiene:

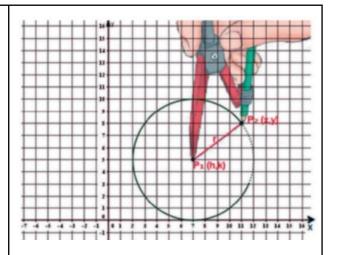
$$P(x,y)$$
 $C(h,k)$

$$\sqrt{(x-h)^2 + (y-k)^2} = r$$

Elevando al cuadrado ambos miembros para eliminar la raíz:

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$$

La ecuación $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$ representa una circunferencia con centro fuera del origen o, incluso, en el origen también, pues en este caso basta hacer h y k iguales a cero. Si conocemos las coordenadas de su centro y el valor del radio, podemos obtener fácilmente la ecuación de una circunferencia.

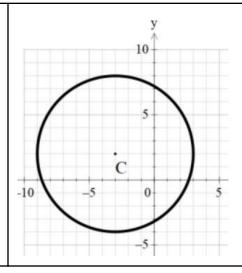




Ejemplo:

Observa detenidamente la gráfica y notarás que el centro de la circunferencia está en $\mathcal{C}(-3,2)$. Ahora, determina el radio, midiendo los cuadros entre el centro y un punto de la circunferencia, por ejemplo, hacia la derecha del centro. Notarás que el radio mide 6. Con estos datos puedes determinar la ecuación:

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$$
$$[x-(-3)]^2 + (y-2)^2 = (6)^2$$
$$(x+3)^2 + (y-2)^2 = 36$$

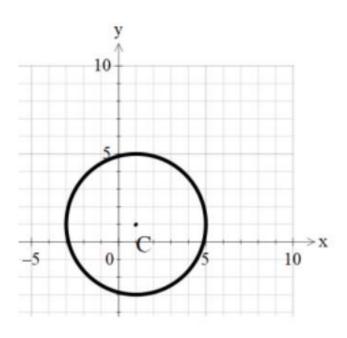


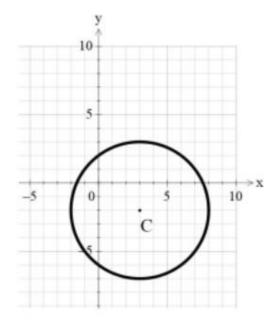
Actividades de aprendizaje



Realiza los siguientes ejercicios:

Determina, por simple inspección, la ecuación de las siguientes circunferencias:





Deduce las coordenadas del centro, y cuánto mide el radio de las circunferencias cuyas ecuaciones son:

a)
$$(x-2)^2 + (y-3)^2 = 4$$
; $r =$ _____

b)
$$(x + 1)^2 + (y - 4)^2 = 16$$
; $r =$

c)
$$(x + 7)^2 + (y + 3)^2 = 25$$
; $r =$

En cada uno de los siguientes casos, se da el radio de una circunferencia de centro en el origen. Deduce qué ecuación tiene cada circunferencia:

a)
$$r = 3$$
, $C(-2,3)$ Ecuación:

b)
$$r = 1$$
, $C(-1, -1)$ Ecuación:

c)
$$r = 8$$
, $C(5, -3)$ Ecuación:



Conversión de la forma ordinaria a la general y viceversa

La ecuación general de cualquier cónica, se obtiene al desarrollar sus ecuaciones ordinarias. Para el caso de la circunferencia, tomamos como referente la ecuación:

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$$

Desarrollando los binomios se obtiene:

$$(x^2 - 2xh + h^2) + (y^2 - 2yk + k^2) = r^2$$

Ésta es la ecuación de la circunferencia en su forma general. A veces se conoce la ecuación de una circunferencia en su forma general y deben determinarse sus elementos.

Para convertir una ecuación general, a su forma ordinaria, seguimos el proceso inverso que se siguió anteriormente. Comúnmente, se le denomina método de completar cuadrados. Por ejemplo, si la ecuación en la forma ordinaria de una circunferencia es:

$$(x-2)^2 + (y+1)^2 = 9$$

Entonces su ecuación general, se obtiene al desarrollar como el procedimiento anterior: Desarrollando los binomios se obtiene:

$$(x^2 - 4x + 4) + (y^2 + 2y + 1)$$

Quitando paréntesis e igualando con cero:

$$x^2 - 4x + 4 + y^2 + 2y + 1 - 9 = 0$$

$$x^2 + y^2 - 4x + 2y - 4 = 0$$

Supón ahora, que se te solicita obtener la ecuación de la circunferencia en su forma ordinaria, a partir de la ecuación general anterior:

$$x^2 + y^2 - 4x + 2y - 4 = 0$$

Resume la información matemática acerca de la circunferencia.

Cónica	Elementos	Ecuación ordinaria	Ecuación general

- 1.- Una circunferencia con centro en el punto (2,-5) tiene radio 4. Halla su gráfica, ecuación y cuatro puntos que pertenezcan a ella.
- 2.- Hallar la ecuación ordinaria de la circunferencia que pasa el punto A(3,-4) y las coordenadas de su centro C(2,5). 3.- Dada la circunferencia de ecuación $x^2 + y^2 2x + 4y$
- + 4 = 0. hallar el centro y el radio



Contenido central: Modelación matemática algebraica y geométrica.

- Representación y resolución de sistemas de ecuaciones lineales.
- Reconocimiento y construcción de los lugares geométricos: Recta, circunferencia, elipse, parábola e hipérbola.

Contenido específico:

- Resolución de ecuaciones lineales en contextos diversos: ¿qué caracteriza a la solución?
- ¿Qué tipo de lugares geométricos se precisan para tratar con rectas y cónicas, sus propiedades, puntos singulares, sus relaciones y sus transformaciones?
- ¿Cómo construir la ecuación de la circunferencia?
- ¿Qué propiedades tienen los puntos sobre una circunferencia? Elementos históricos sobre la elipse, la parábola y la hipérbola. Trazado y propiedades. ¿Qué son las cónicas?

Aprendizajes esperados:

Analiza los elementos y la estructura de la ecuación general de segundo grado para las cónicas de la parábola.



Parábola

Elementos de la parábola.

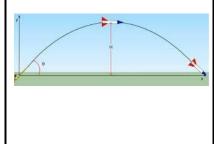


INTRODUCCIÓN

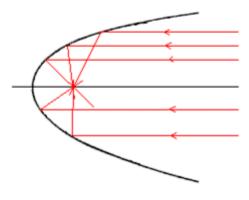
En las imágenes siguientes, podrás observar la forma de la parábola; en la naturaleza, el crecimiento de un plátano; la trayectoria que describe un objeto lanzado al aire (balón, proyectil, una piedra); el fluir del agua en una fuente, el oleaje en el mar, etc. El ser humano, al estudiar las características y propiedades de la parábola, ha construido antenas parabólicas, faros, reflectores parabólicos, radares, bocinas, estufas solares, puentes suspendidos, la montaña rusa; algunos diseños arquitectónicos tienen esa estructura, hasta algo muy simple como un paraguas, etc. Por lo que la parábola admite una amplia variedad de aplicaciones.



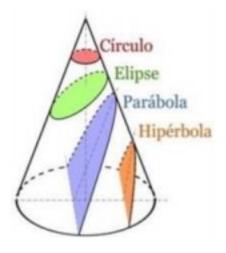




La superficie generada, al hacer girar una parábola alrededor de su eje, es una superficie parabólica; dicha superficie tiene la propiedad de ser reflectora. Es decir, situado un punto luminoso en el foco, los rayos al chocar con la superficie parabólica, se reflejan paralelos al eje focal (figura izquierda), y recíprocamente, los rayos que llegan paralelos al eje, chocan con la superficie parabólica y se concentran en el foco (figura derecha), ejemplo: las antenas parabólicas. Estas superficies son las únicas con esas propiedades.



La parábola forma parte de las secciones cónicas, y se obtiene cuando se intersecta o corta un cono circular recto con un plano, como se muestra a continuación:





Actividades de Apertura

Evaluación diagnóstica.

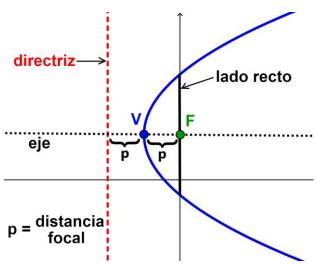
1.- ¿Qué figura forma la luz de

una lámpara? 2.- Qué figura

forma el arcoiris?

- 3.- Resuelve las siguientes ecuaciones cuadráticas, apoyar con el programa Symbola, Geogebra o WolframAlpha: a) $x^2 + 3x + 2 = 0$ b) $6x^2 + 2x 20 = 0$
- 4.- Desarrolla el siguiente binomio (a+b)² resulta:

Una parábola es el lugar geométrico de un punto que se mueve en un plano de tal manera que su distancia de una recta fija, situada en el plano, es siempre igual a su distancia de un punto fijo del plano y que no pertenece a la recta. El punto fijo se llama foco y la recta fija directriz de la parábola.



Los elementos de la parábola:



Para aprender más

https://es.khanacademy.org/math/eb-3-semestre-bachillerato-nme/x4b655b3cb9bfe4eb:ecuacion-de-la-parabola

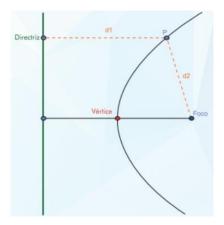


Ecuación ordinaria de la Parábola.

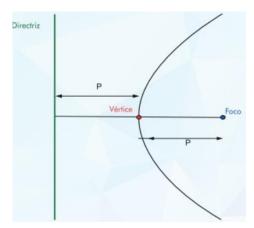
Una parábola es el lugar geométrico de un punto que se mueve en un plano de tal manera que su distancia de una recta fija, situada en el plano, es siempre igual a su distancia de un punto fijo del plano y que no pertenece a la recta. El punto fijo se llama foco y la recta fija directriz de la parábola.

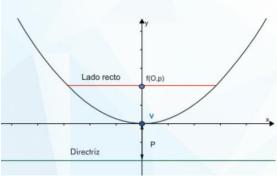
Definición, elementos y trazado de la parábola.

Definición: La parábola es el lugar geométrico o conjunto de puntos tales que, la distancia a una recta fija, llamada directriz, y a un punto fijo, llamado foco, es constante. Es decir d1 = d2. Lo anterior puede observarse en la siguiente gráfica:



Tomando en cuenta la definición, podemos decir que la distancia del vértice al foco es la misma que del vértice a la directriz. A esta distancia se le asigna por lo general la letra p.





Los elementos de la parábola.

Lado recto: Es el segmento de recta, perpendicular al Eje Focal, que une dos puntos de la parábola y que pasa por elfoco.

La longitud del lado recto es siempre 4 veces la distancia del vértice al foco (distancia focal).

$$L.L.R = 14pI$$

Donde: p es la distancia del vértice al foco o del vértice a la directriz. I4pl Es el valor absoluto de 4p.

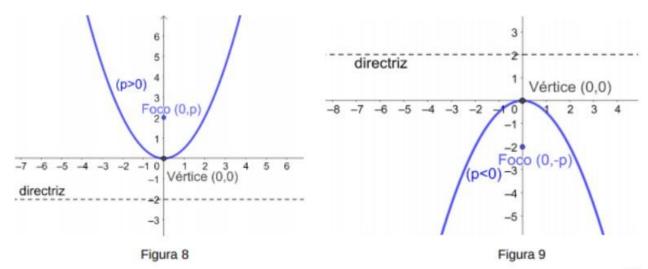
- 2) Parámetro "p": Distancia del vértice al foco.
- 3) Directriz: recta fija representada por "d", es paralela al lado recto y se encuentra a una distancia "p" del vértice.
- 4) Foco: es un punto fijo representado por F.
- 5) Eje: Recta perpendicular a la directriz y que pasa por el foco recibe el nombre de eje. Es el eje de simetría de la parábola. También llamado eje focal.
- 6) Vértice: Es el punto medio entre el foco y la directriz. También se puede ver como el punto de intersección del eje con la parábola, se representa con V.

La Ecuación cartesiana u ordinaria de la Parábola con vértice en el origen y eje focal sobre el eje y es:



$$x^2 = 4py$$

Si la parábola abre hacia arriba, el valor de p es positivo (p > 0), figura 8. Si la parábola abre hacia abajo el valor de p es negativo (p < 0), figura 9. Las coordenadas del foco son F(0, p), la ecuación de la directriz: y = -p. La longitud del lado recto: llr = |4p|.

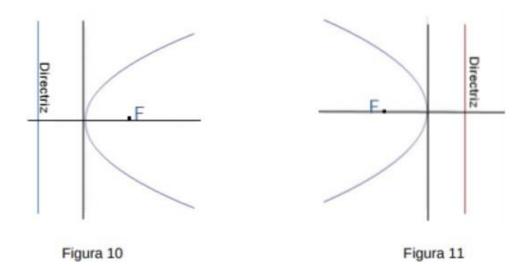


De igual forma, se obtiene la ecuación cartesiana u ordinaria de la parábola con vértice en el origen $V(\mathbf{0}, \mathbf{0})$ y eje focal sobre el $eje\ x$, es:



$$y^2 = 4p \times$$

Si la parábola abre a la derecha el valor de p es positivo (p > 0), figura 10. Si la parábola abre a la izquierda el valor de p es negativo (p < 0), figura 11, Las coordenadas del foco F(p, 0), la ecuación de la directriz: x = -p. La longitud del lado recto: llr = |4p|.



Ejemplo 1:

Una parábola, con vértice en el origen V(0, 0), y su eje focal coincide con el eje y, pasa por el punto P(4, -2).

- a) Determina la ecuación de la parábola, las coordenadas de su foco, la ecuación de su directriz y la longitud de su lado recto.
- b) Dibuja la gráfica correspondiente.

Solución:

a) Determina la ecuación de la parábola, las coordenadas de su foco, la ecuación de su directriz y la longitud de su lado recto.

La ecuación de la parábola es de la forma: $x^2 = 4py$

Como la parábola pasa por el punto (4, -2), las coordenadas de este punto deben satisfacer la ecuación $x^2 = 4py$ por lo tanto, se sustituyen las coordenadas del punto en la ecuación, para conocer el valor de p, el cual no se conoce.

Se tienen: $4^2 = 4(-2) p = 16 = -8 p$;

Se despeja a p: (16 /-8)= p; p = -2

Se sustituye el valor de p en la Ecuación buscada: $x^2 = 4py =$

4(-2)y = -8y Ecuación cartesiana de la parábola: $x^2 = -8y$

Sabemos que el eje focal se encuentra sobre el eje y,

por lo que: Las coordenadas del foco son F(0, p) =

F(0, -2)

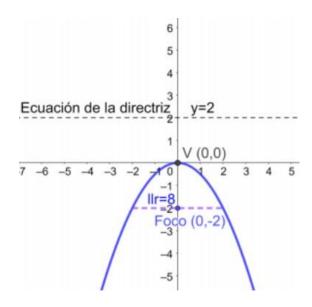
La ecuación de la directriz es: y = -p = -(-2) = 2, es

decir: y = 2. La longitud del lado recto: ||R| = |4p| =

|4(-2)| = |-8| = 8

El valor de p es negativo (p < 0), por lo que la parábola abre hacia abajo.

ы) Dibuja la gráfica correspondiente:



Caso 1. Con eje focal paralelo al eje x.

La ecuación cartesiana u ordinaria de la parábola con vértice fuera del origen V(h, k), y eje focal paralelo al $eje\ x$, es de la siguiente forma:



$$(y-k)^2 = 4p(x-h)$$

Esta ecuación, se conoce como ecuación cartesiana, estándar, ordinaria o canónica de la parábola.

La parábola con eje focal paralelo al $eje\ x$, abre a la derecha o a la izquierda, como se indicó con vértice en el origen. Si p es positivo (p > 0), la parábola abre a la derecha. Si p es negativo (p < 0), la parábola abre a la izquierda.

Las coordenadas del foco: F(h)

+ p, k)La ecuación de la

directriz: x = h - p La longitud

del lado recto: llr = |4p|

Caso 2. Con eje focal paralelo al eje y.

La ecuación cartesiana u ordinaria de la parábola con vértice fuera del origen V(h, k), y eje focal paralelo al $eje\ y$, es de la siguiente forma:



$$(x-h)^2 = 4p(y-k)$$

La parábola con eje focal paralelo al $eje\ y$, abre hacia arriba o hacia abajo, como se indicó con vértice en el origen. Si p es positivo (p > 0), la abre hacia arriba.

Si p es negativo (p < 0), abre

hacia abajo. Las coordenadas del

foco: F(h, k + p)

La ecuación de la directriz: x = k - pLa longitud del lado recto: $\|\mathbf{R} = |4p|$

Ejemplo.

Determina la ecuación de la parábola cuyo vértice es el punto V(3, 4), y el foco el punto F(3, 2). También, indica la ecuación de su directriz y la longitud del lado recto y graficar.

Solución:

Como el vértice y el foco de una parábola están sobre su eje de simetría, además, en este caso, cada uno de estos puntos tienen la misma abscisa 3, se concluye que el eje focal de la parábola es paralelo al *eje y*.

La ecuación cartesiana de esta parábola es de la forma: $(x - h)^2 = 4p(y - k)$ Al sustituir las coordenadas del vértice V(3, 4), se tiene: $(x - 3)^2 = 4p(y - 4)$

Se observa que falta conocer el valor del parámetro p, recuerde que p, es la distancia que hay del vértice al foco, por lo que: d = 4 - 2 = 2. Si localizas ambos puntos en el plano cartesiano, podrás darte cuenta con facilidad de esa distancia; además, el foco se encuentra abajo del vértice, por lo que la parábola abre hacia abajo y p es negativa.

Al sustituir el valor de p = -2 en la ecuación se tiene: $(x - 3)^2 =$

4(-2)(y-4). La ecuación cartesiana u ordinaria de la

parábola es: $(x - 3)^2 = -8(y - 4)$

La longitud del lado recto es: llr = |4p| = |4(-2)| = |-8| = 8

La ecuación de la directriz es: y = k - p, y = 4 - (-2) = 4 + 2 = 6; entonces: y = 6

Al resolver algebraicamente la ecuación cartesiana y simplificar, tendremos la Ecuación General de la Parábola, es decir:

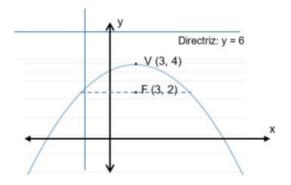
$$(x-3)^2 = -8(y-4)$$

$$\dot{x}^2 - 6x + 9 = -8y + 32$$

$$x^2 - 6x + 8y + 9 - 32 = 0$$

$$x^2 - 6x + 8y - 23 = 0$$

Ecuación general de la parábola con vértice V(3,4) Su gráfica es:



Actividades de aprendizaje



- 1.- Determina la ecuación de la parábola cuyo foco es el punto P(0, -3), la ecuación de la directriz es la recta y = 3. Hallar la longitud del lado recto.
- 2.- Encontrar la ecuación de la parábola con vértice V(-2,3) y foco F(2,3).
- 3.- Hallar la ecuación de la parábola con vértice en el punto V(3, 2) y foco F(5, 2)



- 1.- Una persona sube a la cima de un faro de 42 metros de altura, de ahí lanza una piedra hacia su derecha y una más hacia su izquierda con una velocidad promedio de 12 metros por segundo. Determina la ecuación de la trayectoria parabólica descrita por las piedras, considera los brazos de la persona como el origen.
- 2.- El dueño de un hotel ubicado en la ciudad de Hopelchén desea instalar una antena parabólica para recibir señal satelital. A partir del centro del pueblo, ubica el vértice de la antena en el punto V(-3,-2) y con una directriz y=1. Hallar las coordenadas en la que debe de ubicar el foco de su parabólica, la longitud que debe de tener su lado recto, la ecuación que la representa y la gráfica correspondiente.
- 3.- Un móvil sigue una trayectoria dada por la función cuadrática $y = 2.1x 0.02x^2$, donde x es la distancia horizontal, y es la distancia vertical, ambas medidas en metros. Dibuja la gráfica de la trayectoria, mostrando la altura máxima que alcanza el móvil y los puntos donde y = 0.



Contenido central: Modelación matemática algebraica y geométrica.

- Representación y resolución de sistemas de ecuaciones lineales.
- Reconocimiento y construcción de los lugares geométricos: Recta, circunferencia, elipse, parábola e hipérbola.

Contenido específico:

- Resolución de ecuaciones lineales en contextos diversos: ¿qué caracteriza a la solución?
- ¿Qué tipo de lugares geométricos se precisan para tratar con rectas y cónicas, sus propiedades, puntos singulares, sus relaciones y sus transformaciones?
- ¿Cómo construir la ecuación de la circunferencia? ¿Qué propiedades tienen los puntos sobre una circunferencia?
- Elementos históricos sobre la elipse, la parábola y la hipérbola. Trazado y propiedades. ¿Qué son las cónicas?

Aprendizajes esperados:

Analiza los elementos y la estructura de la ecuación general de segundo grado para las cónicas de la Elipse.



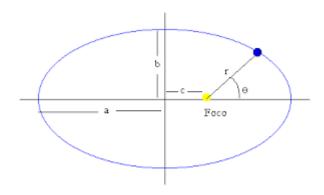
Elipse

Los elementos de la Elipse



INTRODUCCIÓN

¿Sabes cómo es la forma del camino o trayectoria que siguen los planetas alrededor del sol? En siglo XVI, llamado Johanes Kepler, astrónomo, matemático y físico alemán, lo descubrió. En la publicación, en 1609, de la Astronomia nova (Nueva astronomía), la obra que contenía las dos primeras leyes llamadas de Kepler, relativas a la elipticidad de las órbitas y a la igualdad de las áreas barridas, en tiempos iguales, por los radios vectores que unen los planetas con el Sol.





Actividades de Apertura

Actividad diagnóstica.

- 1.- ¿Qué tipo de órbita tienen los planetas?
- 2.- Dibujar 6 imágenes que describen elipses en tu comunidad?

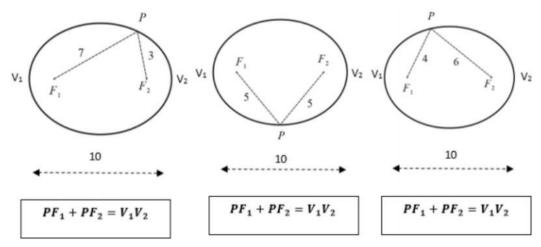
¿Qué es la elipse?

Existe una forma sencilla de trazar una elipse, conocida como "método del jardinero". ¿Cómo lo hacen? Clavan dos estacas en el suelo, atan entre ambas, una cuerda suficientemente amplia, y manteniéndola tensa, trazan una línea sobre la tierra, apoyando un palo sobre la cuerda y deslizándose sobre la misma. Tú puedes seguir este procedimiento de una manera sencilla con dos clavos y una cuerda. Realizando esta pequeña actividad te facilitará determinar los principales elementos de la elipse que se estudian en Geometría Analítica.

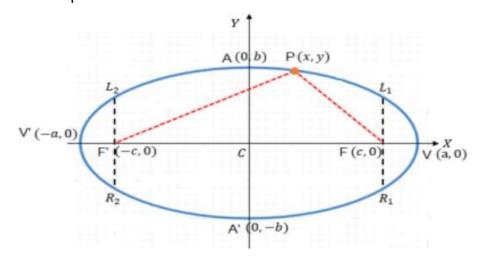
¿Cómo se define una elipse?

Es el lugar geométrico de los puntos del plano, cuya suma de distancias a dos puntos fijos llamados focos, es constante y es igual a la distancia entre los extremos de su eje mayor.

Observa como en este caso en particular, ambas distancias suman 10.

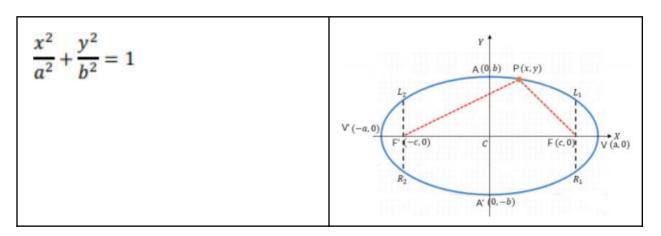


Elementos de la elipse:

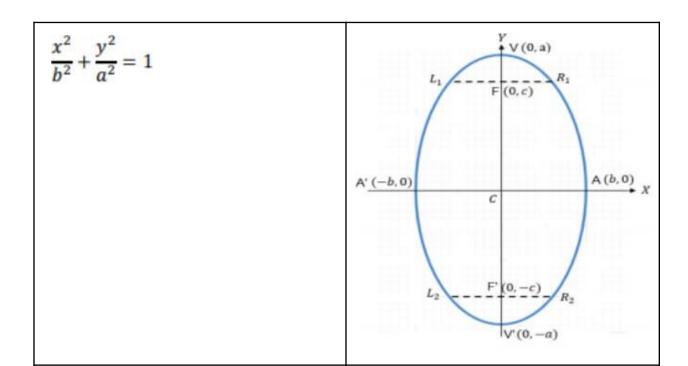


- 1. Focos: Son los puntos fijos F y F'.
- 2. Eje focal: Es la recta que pasa por los focos.
- 3. Eje secundario: Es la mediatriz del segmento FF'.
- 4. Centro: Es el punto C de intersección de los ejes.
- 5. Radios vectores: Son los segmentos que van desde un punto de la elipse a los focos: **PF** y **PF**'.
- 6. Distancia focal: Es el segmento de longitud 2c, donde "c" es el valor de la semidistancia focal.
- 7. Vértices: Son los puntos de intersección de la elipse con los ejes: V,V' vértices de eje mayor y A,A' vértices del eje menor.
- 8. Eje mayor: Es el segmento de longitud 2a, donde "a" es el valor del semieje mayor.
- 9. Eje menor: Es el segmento de longitud 2b, donde "b" es el valor del semieje menor.
- 10. Lado recto: Segmento de recta perpendicular al eje focal y que pasa por uno de sus focos, cuyos puntos extremos están sobre la elipse.
- 11. Ejes de simetría: Son las rectas que contienen al eje mayor o al eje menor.
- 12. Centro de simetría: Coincide con el centro de la elipse, que es el punto de intersección de los ejes de simetría.

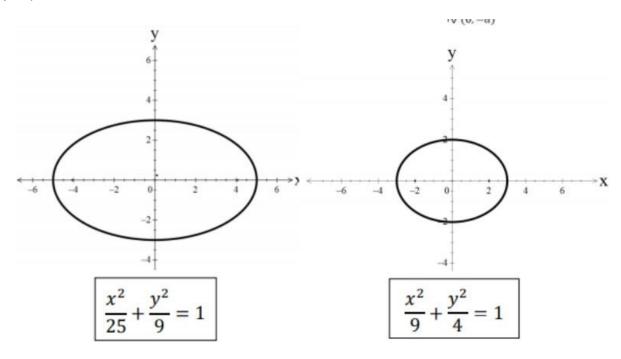
La orientación de la elipse, tomando en cuenta el eje mayor en el plano cartesiano. En una parábola horizontal el eje mayor coincide con el eje "x". Ecuación de la elipse horizontal:

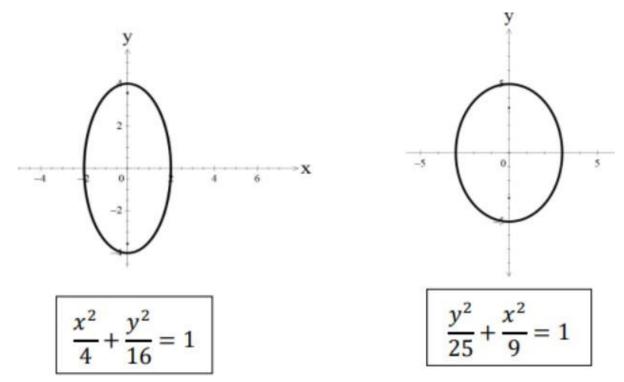


En una parábola vertical el eje mayor coincide con el eje "y".



Ejemplos:





Definición y valor de la excentricidad. La excentricidad de una elipse (e), es un valor que determina la forma de la elipse. Sea "c" la semidistancia focal y "a" el semieje mayor:

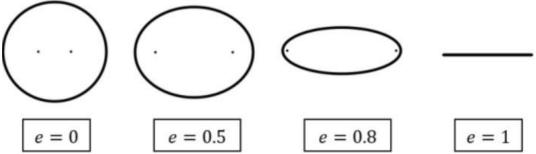
$$e = \frac{c}{a}$$

La excentricidad puede tomar valores entre $\mathbf{0}$ y $\mathbf{1}$. Es e = 0 cuando la elipse es una circunferencia. En este caso, los semiejes mayor y menor, son iguales y los focos (F y F) coinciden en el centro de la elipse. Cuando la excentricidad crece y tiende a $\mathbf{1}$, la elipse se aproxima a un segmento.

Existe otra fórmula que calcula la excentricidad a partir de los dos semiejes (a y b).

$$e = \frac{\sqrt{(a^2 - b^2)}}{a}$$

Esta fórmula se obtiene a partir de la anterior, ya que se cumple que:



y la longitud del lado recto está dado por la fórmula:

$$LLR = \frac{2b^2}{a}$$



Para aprender más

https://es.khanacademy.org/math/eb-3-semestre-bachillerato-nme/x4b655b3cb9bfe4eb:ecuacion-de-la-elipse



Como en las cónicas anteriores, calcula la ecuación general de la elipse, a partir de la ecuación en su forma ordinaria, expresarla en la siguiente forma:

$$Ax^2 + By^2 + Dx + Ey + F = \mathbf{0}$$

Si la ecuación corresponde a una elipse, entonces los signos de A y B deben ser iguales. Ecuación de la elipse con centro en el origen y cuyo eje focal está sobre el eje de las "x". Ejemplo 1:

Obtén la ecuación de la elipse con un vértice en V(4, 0), un extremo del eje menor en A'(0, -2) y centro en el origen C(0, 0). Plantea las condiciones iniciales del problema:



Por la posición de los puntos dados, obtienes:

$$a = 4 \ y \ b = -2$$

Las coordenadas de los vértices son:

Eje mayor: V(4, 0) y V'(-4, 0) Eje menor: A(4, 0) y A'(-4, 0)

Desconocemos las coordenadas de los focos, recuerda el apartado de la excentricidad, donde concluimos que: $a^2=b^2+c^2$ Puedes encontrar las coordenadas de los focos, realiza un despeje:

$$c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

sustituye los valores:

$$c = \sqrt{(4)^2 - (2)^2}$$

$$c = \sqrt{16 - 4}$$

$$c = \sqrt{12}$$

$$F(\sqrt{12}, 0) \ y \ F'(-\sqrt{12}, 0)$$

Las coordenadas de los focos están en:

Como el centro y el eje focal se encuentran en el eje de las "x", su alineación de la elipse es horizontal; su ecuación estaría dada por:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$
$$\frac{x^2}{(4)^2} + \frac{y^2}{(2)^2} = 1$$

Si sustituyes los valore

tendrás: Ecuación $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ ordinaria: $\frac{4x^2 + 16y^2}{64} = 1$

$$4x^2 + 16y^2 = 1(64)$$

Ecuación general: $4x^2 + 16y^2 - 64 = 0$

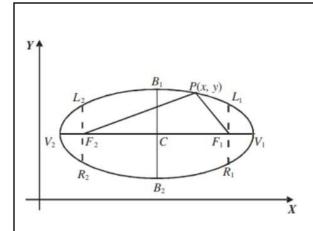
Algunos elementos más de la elipse:

Excentricidad	Longitud del lado recto.
e=c/a	$LR = \frac{2b}{a}^2$
$e = \frac{\sqrt{12}}{4}$	$LR = \frac{2(2)}{4}^2$
	 LR=2

Longitud de los ejes mayor y menor:

Eje mayor:
$$2a = 2(4) = 8$$
 Eje menor: $2b = 2(2) = 4$

Ecuación ordinaria de la elipse con centro fuera del origen



$$\frac{(x-h)^2}{\text{Elipse horizontal}} + \frac{(y-k)^2}{2} = 1$$

Ecuación: $\frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1$

Elipse vertical

Elementos:

C: Centro

 V_1 y V_2 : Vértices

 F_1 y F_2 : Focos

B₁ y B₂: Extremos del eje menor

$$\overline{V_1V_2} = 2a$$
 (eje mayor)

$$\overline{F_1 F_2} = 2c$$
 (eje focal)

$$\overline{B_1 B_2} = 2b$$
 (eje menor)

Condición: $a^2 = b^2 + c^2$; a > b, a > c

Excentricidad: $e = \frac{c}{a} (e < 1)$

$$\overline{LR} = \frac{2b^2}{a}$$
 (lado recto)

Elementos:

Vértices: $V(h \pm a, k)$

Focos: $F(h \pm c, k)$

Extremos del eje menor: $B(h, k \pm b)$

Elementos:

Vértices: $V(h, k \pm a)$

Focos: $F(h, k \pm c)$

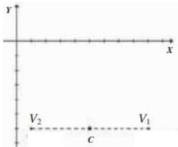
Extremos del eje menor: $B(h \pm b, k)$

Ejemplo.

Determina la ecuación de la elipse cuyos vértices son los puntos (1, -6), (9, -6) y la longitud de cada lado recto es 9/2.

Solución.

Se localizan los vértices en el plano cartesiano:



De la gráfica se deduce que la elipse es horizontal con centro C(5, -6), y V = 2a = 8, donde a = 4.

Al sustituir a = 4 en la fórmula del lado recto y despejar b, se obtiene:

$$\overline{LR} = \frac{2b^2}{a} = \frac{9}{2} \rightarrow \frac{2b^2}{4} = \frac{9}{2}$$

$$b^2 = 9$$

$$b = 3$$

Para encontrar la ecuación de la elipse se sustituyen las coordenadas del centro (5, -6), el semieje mayor a = 4 y el semieje menor b = 3, en la fórmula:

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1 \rightarrow \frac{(x-5)^2}{(4)^2} + \frac{(y-(-6))^2}{(3)^2} = 1$$
$$\frac{(x-5)^2}{16} + \frac{(y+6)^2}{9} = 1$$

Se desarrolla y simplifica la ecuación para obtener la forma general:

$$9(x-5)^2 + 16(y+6)^2 = 144$$

$$9(x^2 - 10x + 25) + 16(y^2 + 12x + 36) = 144$$

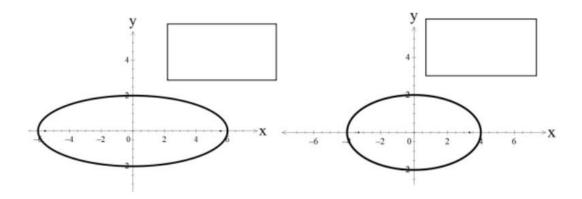
$$9x^2 - 90x + 225 + 16y^2 + 192y + 576 - 144 = 0$$

$$9x^2 + 16y^2 - 90x + 192y + 225 + 576 - 144 = 0$$

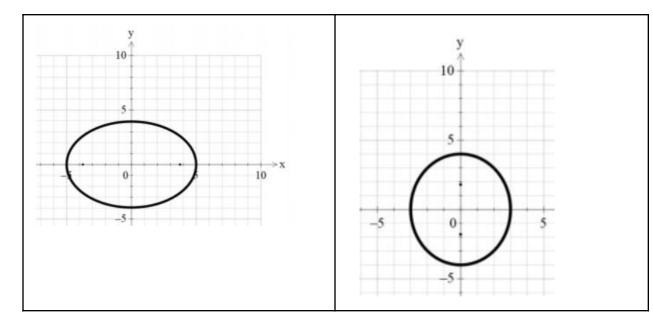
$$9x^2 + 16y^2 - 90x + 192y + 657 = 0$$



1.- Por simple inspección, determina la ecuación de cada una de las siguientes elipses:



- 2.- Obtén la ecuación y la gráfica de la elipse cuyo centro se encuentra en el origen, uno de sus focos está en las coordenadas (0,3) y uno de sus vértices en (0,5).
- 3.- Por simple inspección, deduce las ecuaciones de las siguientes elipses:





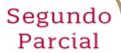
Cierre

1.- La ecuación de la elipse es: $10x^2 + 7y^2 - 70 = 0$,

determina sus elementos. 2.- La ecuación de una elipse:

$$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$$

- a) ¿Cuáles son las coordenadas de sus vértices?
- b) ¿Cuáles son las coordenadas de sus focos? c) ¿Qué valor tiene su excentricidad?
- d) ¿Cuánto miden sus lados rectos?
- 3.- Una elipse tiene centro C(2,-3). Su vértice y foco del mismo lado son (-2,-3) y (-1,-3) respectivamente. Hallar su otro vértice y foco, sus ejes mayor, menor focal, la longitud de cada lado de recta, su excentricidad, ecuación y la gráfica correspondiente.



Contenido central: Modelación matemática algebraica y geométrica.

- Representación y resolución de sistemas de ecuaciones lineales.
- Reconocimiento y construcción de los lugares geométricos: Recta, circunferencia, elipse, parábola e hipérbola.

Contenido específico:

- Resolución de ecuaciones lineales en contextos diversos: ¿qué caracteriza a la solución?
- ¿Qué tipo de lugares geométricos se precisan para tratar con rectas y cónicas, sus propiedades, puntos singulares, sus relaciones y sus transformaciones?
- ¿Cómo construir la ecuación de la circunferencia? ¿Qué propiedades tienen los puntos sobre una circunferencia?
- Elementos históricos sobre la elipse, la parábola y la hipérbola. Trazado y propiedades. ¿Qué son las cónicas?

Aprendizajes esperados:

Analiza los elementos y la estructura de la ecuación general de segundo grado para las cónicas de la hipérbola.



Hipérbola

Elementos de la hipérbola.



INTRODUCCIÓN

Pregunta a tus familiares si fueron testigos de algún cometa en los últimos años. Los cometas son una nube de gas y polvo, que envuelve el núcleo del cometa conforme se acerca al Sol. Al viajar en el espacio se extiende, formando su característica cola, la cual siempre apunta lejos de las estrellas.



La hipérbola es una curva plana, se define geométricamente como: La diferencia de las distancias de cualquier punto de la hipérbola a dos puntos fijos llamados focos, tiene una cantidad constante. La generación de la hipérbola y las otras cónicas como intersección de un plano con una superficie cónica, los ingenieros en la construcción son creativos en la aplicación de los conceptos de las cónicas.



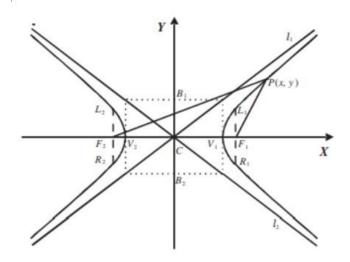
Actividades de Apertura

¿Qué es la hipérbola?

Es el lugar geométrico que describe un punto del plano que se mueve de tal manera que el valor absoluto de la diferencia de sus distancias a dos puntos fijos llamados focos, es siempre

$$|\overline{PF_1} - \overline{PF_2}| = 2a$$

Gráfica



Elementos

C: Centro

 V_1 y V_2 : Vértices

 F_1 y F_2 : Focos

 B_1 y B_2 : Extremos del eje conjugado

 $\overline{V_1V_2} = 2a$ (eje transverso o real)

 $\overline{F_1F_2} = 2c$ (eje focal)

 $\overline{B_1B_2} = 2b$ (eje conjugado o imaginario)

Condición: $c^2 = a^2 + b^2$; c > b, c > a

Excentricidad: $e = \frac{c}{a} (e > 1)$

 $\overline{LR} = \frac{2b^2}{a}$ (lado recto)

 l_1 y l_2 : Asíntotas

constante.

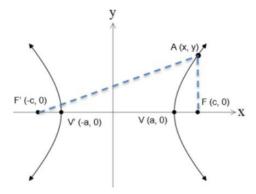


Para aprender más

https://es.khanacademy.org/math/eb-3-semestre-bachillerato-nme/x4b655b3cb9bfe4eb:ecuacion-de-la-hiperbola



Deducción de la ecuación de la hipérbola con centro en el origen. Consideremos una hipérbola con eje focal sobre el eje x.



La ecuación de la hipérbola, con centro en el origen y focos en el eje x, será

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Las ecuaciones de las asíntotas es:

$$y = \pm \frac{b}{a}x$$

La excentricidad es:

$$e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{a}$$

Las ecuaciones de las directrices son:

$$x = \pm \frac{a}{\rho}$$

Ejemplo:

Determina los elementos y traza la gráfica de la hipérbola, cuya ecuación

es:
$$9x^2 - 4y^2 - 36 = 0$$
 Solución

Se transforma la ecuación a la forma canónica:

$$9x^2 - 4y^2 - 36 = 0$$

Se divide entre el término independiente y se simplifi ca: $9x^2 - 4y^2 = 36$

Ecuación en su forma canónica:

$$\frac{9x^2}{36} - \frac{4y^2}{36} = \frac{36}{36} \rightarrow \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$$

De la cual se obtiene el semieje transverso a y el semieje conjugado b: $a^2 = 4 \rightarrow a = 2$ y $b^2 = 9 \rightarrow b = 3$ Se aplica la condición para encontrar el valor de c (distancia del centro al foco):

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{4 + 9} = \sqrt{13}$$
os Científicos y Tecnológicos del Estado de Campeche

Al sustituir: a = 2, $b = 3 \overline{y} c = 13$, se obtiene:

Vértices:
$$V(\pm a, 0) = V(\pm 2, 0)$$

Focos:
$$F(\pm c, 0) = F(\pm \sqrt{13}, 0)$$

Extremos del eje conjugado:

$$B(0, \pm b) = B(0, \pm 3)$$

Asíntotas:

$$l_1$$
: $y = \frac{3}{2}x \rightarrow 3x - 2y = 0$
 l_2 : $y = -\frac{3}{2}x \rightarrow 3x + 2y = 0$

Lado recto:
$$\overline{LR} = \frac{2b^2}{a} = \frac{2(3)^2}{2} = \frac{18}{2} = 9$$

Eje transverso:
$$\overline{V_1V_2} = 2a = 2(2) = 4$$

Eje focal:
$$\overline{F_1F_2} = 2c = 2\sqrt{13}$$

Eje conjugado:
$$\overline{B_1B_2} = 2b = 2(3) = 6$$

Excentricidad:
$$e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{13}}{2}$$

Actividades de aprendizaje



Determina los vértices, los focos, los extremos del eje conjugado, la excentricidad, el lado recto y las asíntotas de la hipérbola cuya ecuación es: $x^2 - 8y^2 = 8$.

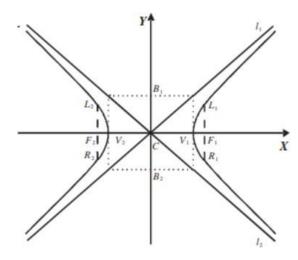


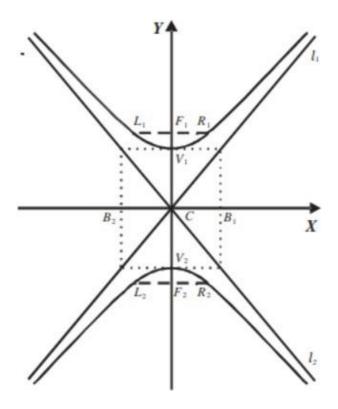
Determina los elementos de las siguientes hipérbolas:

1.
$$\frac{x^2}{81} - \frac{y^2}{9} = 1$$

2.
$$x^2 - \frac{y^2}{4} = 1$$

Acorde a la imagen describe los elementos de la hipérbola:











DEL ESTADO DE CAMPECHE INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN MATEMÁTICA APLICADA REFORMA INTEGRAL DE LA EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR



RESPONSABLE DE LA EVALUACIÓN

	RÚBRICA E	EVALUACIÓN GENERA	AL RB-01	
NOMBRE DEL ALUMNO:				EVIDENCIA:
PLANTEL:	EVIDENCIA.			
GRADO:		GRUPO:		
COMPETENCIAS DISCIPLINARES: M1. Construye e interpreta mo comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o forma M2. Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando difendina. Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con sí	ales. rentes enfoques.	procedimientos aritméticos, algeb	raicos, geométricos y variacionales, para la	ENTE EVALUADOR: AUTOE COEVALUACIÓN, HETEROE
COMPETENCIA DISCIPLINAR Y PARCIAL QUE SE EVALUA: M1,M2,M8 SEGUNDO				TIPO DE EVALUACIÓN: SUN
EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE	190 194			
CRITERIOS A EVALUAR	EXCELENTE	SATISFACTORIO	EN PROCESO	NECESITA MEJORAR
	10	9-8	7-6	5
MAQUETA (PONDERACIÓN 50%)			*	
Calidad de la construcción. Contiene las secciones y descripciónes de las cónicas. Explicación de cada elemento contenido en la maqueta. Tiene secuencia y orden el acomodo en la maqueta. Fueron creativos en el diseño de su maqueta.	Cumple con todos los aspectos: Calidad de la construcción. Contiene las secciones y descripciónes de las cónicas. Explicación de cada elemento contenido en la maqueta. Tiene secuencia y orden el acomodo en la maqueta. Fueron creativos en el diseño de su maqueta.	Cumple con cuatro de los aspectos a evaluar.	Cumple con tres de los aspectos a evaluar.	Cumple con dos o ninguno de los aspectos a evluar.
EJERCICIO (PONDERACIÓN 50%)		Sati	9	
Expresa matemáticamente el enunciado de un problema. Utilizó el procedimiento establecido. Obtuvo el resultado correcto, Legibilidad. Relaciona, infiere y deduce la resolución. Interpreta los resultados obtenidos. Utilización de herramientas matemáticas. Manejo del tiempo.	Contiene al 100% todos los aspectos. Identifica y presenta ordenadamente los datos e incógnitas. Plantea los datos con las incognitas de manera sintetizada. Resuelve las operaciones siguiendo un proceso ordenado y respuesta correcta.	Reconoce y aplica los modelos matemáticos.	Reconoce algunos de los aspectos señalados: poca identificación y manipulación del modelo matemático.	Necesita mejorar en los aspectos: manipulación e identificación del problema, relacionar y deducir el modelo matemático.
	Ī	T	1	T
COMPETENCIA GENÉRICA			L	
NO APLICA DE ACUERDO A LA TABLA DE DISTRIBUCION DE LAS COMPETENCIAS GENERICAS SEGUNDA VERSION				
VALORACIÓN			1	Puntos obtenidos:
Desarrollado En vías de desarrollo				
Aún no desarrollado		berny.cambranis@cecyte.ed	du.mx	
Observaciones:		BERNY CAMBRANIS ALFARO		

Competencias Disciplinares: M1,M2,M8

Referencias Bibliográficas



Leithold, Louis. (1996). El cálculo con geometría analítica. México: HARLA. Academia Nacional de Matemáticas. Manual del Estudiante. DGETI 2021.

Sanchez, Oscar et. al. (2018). Geometría y

trigonometría. México: KeepReading. Bolaños, Luis.

(2012). Geometría analítica. México: Gafra. Garrido, Misael y Martinez, Luis. (2013). Matemáticas aplicadas. México: BookMart